

Sitzungsb. d. k. Akad. d.W. math. naturw. Cl. XVI Bd. 1 Heft. 1855.



Auf ähnliche Art würde man verfahren, wenn die kleine Axe und verschiedene Tangenten gegeben sind, wie dies Fig. 79 zeigt, wo zugleich die Anwendung dieser Aufgabe versinnlicht wird.

Da nun auch in diesem Falle die Construction der Ellipse ganz analog mit der im letzteren Falle angegeben ist, so finden wir es für überflüssig, selbe hier durchzuführen.

Dass sich aus den hier aufgestellten und bewiesenen Constructionen auch noch andere ableiten lassen, ist wohl nicht zu zweifeln, welches der Untersuchung der Wissenschaft anheimgestelll bleibt.

Die konische Refraction am Diopsid, nebst Bemerkungen über einige Erscheinungen der konischen Refraction am Aragon.

## Von dem w. M. W. Haidinger.

1. Als Vorwort zu einer Mittheilung, die sich auf den Diopsid bezieht, bitte ich um Erlaubniss, wenn auch nicht für mich selbst, eine Reclamation zu erheben, veranlasst durch meine frühere Darstellung der Geschichte der Studien in Bezug auf die Lage der optischen Axen desselben 1). Meinem hochverehrten Freunde Gustav Rose verdanke ich nämlich die Kenntniss der Thatsache, dass Herr Dr. Julius Wilhelm Ewald in Berlin bereits im Jahre 1837, also mehrere Jahre vor Herrn Professor Miller's Mittheilung in den Cambridge Transactions die Verhältnisse der optischen Axen des Diopsids mit vollständiger Genauigkeit dargestellt hat. Es geschah dies in seiner schönen Inaugural-Dissertation De Crystallis duorum axium opticorum dissertatio optica, die nur in lateinischer Sprache für sich veröffentlicht wurde, wovon aber leider keine Auszüge in die periodische wissenschaftliche Literatur übergingen.

Aber Herrn Dr. Ewald's Abhandlung enthält noch eine Angabe die als Berichtigung oder vielmehr als eine Ergänzung zu meiner früheren Angabe dienen kann, indem sie eine directe Beobachtung an die Stelle einer Schlussfolgerung stellt. Aus den Beobachtungen in Fig. 3 und Fig. 4 hatte ich nämlich für die Fig. 2 den Charakter

Pleochroismus einiger Augite und Amphibole. Sitzungsberichte d. kais. Akademie d. Wissensch. 1854. Bd. 12, S. 1074.

der optischen rothen und blauen Axenkeile combinirt und geschlossen, dass für beide Axen die rothen Keile innen, zunächst der Ersten Mittellinie oder optischen Elasticitäts-Hauptaxe liegen. Herr Dr. Ewald dagegen untersuchte unmittelbar eine senkrecht auf die Hauptaxe geschnittene Platte, in welcher sich beide Ringsysteme gut vergleichen liessen. Sie waren von gleicher elliptischer Gestalt, aber unterschieden sich doch dadurch von einander, dass bei dem einen der blaue, bei dem andern der rothe Keil zu innerst lag — in altero systemate ruber, in altero caeruleus color ad interiorem partem versus est. Pag. 25. Welche Lage übrigens diese beiden verschiedenen Farbenkeile in Bezug auf die Krystallaxe des Diopsids haben, ist hier nicht gesagt, und daher eine wünschenswerthe Aufgabe für spätere Untersuchung. Jedenfalls gebührt Herrn Dr. Ewald die Anerkennung, dass er es war, der zuerst den optischen Charakter der Diopsidkrystalle festgestellt hat.

- 2. Auch einer früheren Beobachtung der I die staure phanie des Diopsids muss ich hier gedenken, nämlich durch Herrn Biet, der vor laugen Jahren die grünen Axenbüschel auf gelblichem Grunde wahrnahm, wie dies Herr v. Sénarment in seiner schönen Arbeit über die künstlich gefärbten pleochromatischen Krystalle mittheilt 1).
- 3. Noch ist die konische Refraction an wenigen Krystallen beobachtet worden. Man kennt sie vorzüglich am Aragon. Die Verhältnisse unter welchen sie erscheinen musste, waren zuerst theoretisch entwickelt, und sodann durch Versuche bestätiget worden, beides meisterhaft, das erste bekanntlich blos von der Fresnel'schen Voraussetzung der dreifachen Elasticität des Lichtäthers in drei senkrecht auf einander stehenden Richtungen ausgehend durch Sir William R. Hamilton 2), den Entdecker der wahren Gestalt der Wellenfläche für die Fortpflanzung des Lichtes in zweiaxigen Krystallen, und namentlich der Tangentialkreise, welche die Axenpunkte umgeben, aus deren Dasein unmittelbar die Nothwendigkeit der konischen Refraction floss, das zweite durch Herrn Professor

<sup>1)</sup> M. Bi ot a bien voulu mettre à ma disposition un échantillon de diopside vert où il les avait reconnues (ces phénomènes) depuis longues années. Expériences sur la production artificielle du polychroisme dans les substances cristallisées; par M. H. de Sénarmont. Annales de Chimie et de Physique, 3. série, t. XLI.

<sup>2)</sup> Third Supplement to an Essay on the Theory of Systems of Rays. Transactions of the Royal Irish Academy 1830—1835. Vol. 17, pag. 1.

Humphrey Lloyd 1), der durch die feinsten physicalischen Messungen die Wahrheit des mathematischen Ausspruches bestätigte. Gegenwärtig erscheint es uns allerdings als nicht möglich, dass die Bestätigung hätte fehlen können, dennoch war man seiner Zeit sehr darauf gespannt, und sie hat daher auch vieles Aufsehen erregt, billig durch die von allen Seiten entfaltete wissenschaftliche Tiefe und Hingebung dem so höchst anregenden Gegenstande, der so mächtig unter andern auch den Geist des grossen Physikers Plücker erfasste.

"Kein physicalischer Versuch hat einen solchen Eindruck auf "meinen Geist gemacht, wie der der konischen Refraction. Ein "einziger Lichtstrahl, der in einen Krystall eindringt und als Licht"kegel wieder heraustritt, das war eine unerhörte Sache, und ohne "alle Analogie. Herr Hamilton verkündete sie, von der Gestalt der "Welle ausgehend, die durch lange Rechnungen einer abstracten "Theorie abgeleitet war. Ich gestehe, ich hätte verzweifelt, ein so "ausserordentliches Ergebniss durch die Erfahrung bestätigt zu "sehen, welches einzig durch die Theorie vorausgesagt war, die "Fresnel's Genius neuerlich geschaffen hatte. Als aber Herr Lloyd "bewiesen hatte, dass die Versuche gänzlich mit Herrn Hamilton's "Vorhersagung übereinstimmten, musste jedes Vorurtheil gegen eine "so wunderbar gestützte Theorie verschwinden" <sup>2</sup>).

Die Beobachtungen wurden von Lloyd am Aragon durchgeführt. Sie sind leicht bis zu einer gewissen Ausdehnung anzustellen, wenn man sich einmal in der Krystallform orientirt hat. Herr Dr. Beer gibt ferner noch an: "Ich glaube behaupten zu können, die

On the Phenomena presented by Light in its passage along the Axes of Biaxal crystals. Ibidem Vol. 17. I. 45. — Poggend. Annalen 1833. Bd. 37, S. 91 u. 104.

<sup>2)</sup> Aucune expérience physique n'a fait autant d'impression sur mon esprit que la refraction conique. Un rayon de lumière unique entrant dans un crystal et sortant sous l'aspect d'un cône lumineux: c'était une chose inouie et sans analogie. M. Hamilton l'annonçait en partant de la forme de l'onde, qui avait été déduite par de longs calculs d'une théorie abstraite. J'avoue que j'aurais désespéré de voir confirmer par l'expérience un resultat si extraordinaire, prédit par la seule théorie que le génie de Fresnel avait nouvellement créée. Mais M. Lloyd ayant démontré que les expériences étaient en parfaite concordance avec les prédictions de M. Hamilton, tout préjugé contre une théorie, si merveilleusement soutenue a dû disparaître. — Crelle, Journal für reine und angewandte Mathematik 19, S. 44. — Moigno, Répertoire d'optique moderne. T. I, pag. 97.

"konische Refraction am Salpeter beobachtet zu haben" ¹). Ferner: "Eben so leicht wie beim Aragonit lässt sich die innere konische Refraction in einer Platte von doppeltchromsaurem Kali beobachten, die derjenigen Spaltungsfläche parallel ist, welche auf der einen optischen Axe ungefähr senkrecht steht" ²). Das hohe Interesse, welches die erste Bestätigung erregte, ist nun freilich auf dieselbe beschränkt, und da sie nun von Herrn Dr. Beer bis zu den anorthischen Krystallen ausgedehnt ist, so würde auch der augitische Diopsid, dessen Symmetrie zwischen der des Aragons und des Chromsalzes liegt, kaum zu einer eigenen Mittheilung geeignet gehalten worden sein, wenn die Erscheinungen der konischen Refraction nicht gleichzeitig mit denen des Pleochroismus aufgetreten wären, durch welchen einige der Erscheinungen sehr an Deutlichkeit gewinnen, um derentwillen man sie vielleicht anziehend finden wird.

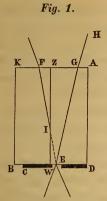
4. Während ich mit der Untersuchung der pleochromatischen Verhältnisse des Diopsids beschäftiget war, fiel mir der grosse Unterschied in den Angaben der Werthe für zwei Brechungsexponenten in Herrn Dr. Beer's Zusammenstellung den optischen Constanten zweiaxiger Krystalle 3) auf, nämlich für die mittlere Brechung  $\beta = 1.680$  nach Miller, dagegen  $\mu = 1.378$  für ein unbestimmtes Brechungsverhältniss nach Jamin aus der Beobachtung des Haupteinfallswinkels. Je grösser der Winkel des bei der konischen Refraction gebildeten Kegels ist, um desto leichter musste die Beobachtung sein. Beim Aragon beträgt für die innere konische Refraction dieser Winkel 1º 55' und doch stehen die Exponenten der stärksten und schwächsten Brechung nach Rudberg nur in dem Verhältnisse von  $\alpha = 1.69084$ :  $\gamma = 1.53264$ , oder  $\frac{\alpha}{\gamma} = 1.103$ . Beim Diopsid musste dieser Winkel viel grösser sein, da schon das Verhältniss des angegebenen  $\beta: \mu = 1:1.2122$  ist. An das idiostaurophane Zwillingskrystall-Stück AB, Fig. 1, von 83/4 Linien Länge zwischen zwei parallelen, senkrecht auf die Axe der gewöhnlichen Zwillinge geschliffenen Flächen KA und BD, wie es in meiner frühern Mit-

<sup>1)</sup> Einleitung in die höhere Optik, S. 369.

<sup>2)</sup> Ableitung der Intensitäts- und Polarisations-Verhältnisse des Lichtringes bei der inneren konischen Refraction. — Poggendorff's Annalen 1852. Bd. 85, S. 79.

<sup>3)</sup> Einleitung in die höhere Optik, S. 392.

theilung 1) beschrieben ist, wurde einfach ein Stück schwarzes



Papier *CD* mit einem feinen Nadelstiche bei *E* aufgeklebt, so dass der durch die kleine Öffnung *E* in der Richtung der optischen Axe *EG* hindurchdringende Strahl noch die Fläche *AK* traf. Eine Loupe auf dem Wege *GH* gehalten zeigte deutlich zwei Bilder von *E*, die mit grosser Leichtigkeit zum Zusammenfallen gebracht werden konnten, wobei sich alsogleich der Lichtring mit dem schwarzen Mittelpunkte ausbildete. Nach dieser leichten, schon von Lloyd angegebenen Methode hatte mir vor längerer Zeit Herr Regierungsrath v. Ettings-

hausen die innere konische Refraction an Aragonkrystallplatten gezeigt, namentlich an einer trefflichen zehn Linien dicken, von dem Mechaniker Hirschmann in Berlin gelieferten, zu dem Zwecke der Beobachtung in Messing gefassten Platte, die er mir nun zur Vergleichung mit den Ergebnissen des Diopsids freundlichst mittheilte. Eine nur wenig dünnere Platte von Aragon hatte Herr Professor v. Nörrenberg während einer Anwesenheit in Wien für Herrn v. Ettingshausen eigenhändig geschliffen.

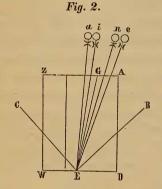
Auch in der Richtung FE entlang der optischen Axe des durch die Zwillingsflächen ZW von dem AD getrennten andern Individuums KB des Zwillingskrystalles sah man deutlich den Lichtring, wenngleich nur der Theil FI der Axe ihn in dieser Richtung besitzt, und zwischen I und E nur ein Compensationsprisma aus dem andern Individuum AE bestehend liegt.

Schon in der schönen Lloyd'schen Abhandlung sind die Erscheinungen der verschiedensten Art beschrieben, namentlich auch solche Untersuchungsmethoden gewählt, um die Erscheinungen der innern konischen Refraction und die der äussern von einander getrennt übersehen zu können, den aus dem Krystall heraustretenden eylindrischen Lichtstrom der ersten und den konischen Lichtstrom der zweiten.

Pleochroismus einiger Augite und Amphibole. Sitzungsberichte d. kais. Akademie d. Wissensch. 1854. Bd. 12, S. 1074.

Auf einem Schirme aufgefangen, oder auf die Netzhaut projicirt ist im vollkommensten Zustande das eine wie das andere ein heller Ring oder Kreis. Dem "einfachsten und interessantesten Falle, wo eine kreisförmige ebene Welle von geringem Durchmesser auf eine dicke Krystallplatte senkrecht, und in der Richtung der optischen Axe auffällt" 1), ist auch für die innere konische Refraction die oben angeführte Abhandlung des Herrn Dr. Beer gewidmet.

Bei dem Diopsid erscheinen die zwei Bilder der Loupe verschiedenfarbig, das eine gelb das andere grün, in dem Lichtringe war der Unterschied der einen Seite von der andern zu sehr verwaschen, um noch deutlich gesehen zu werden, es schien mir wünschenswerth zuerst ihre gegenseitige Lage genauer festzuhalten, da jede der Farben mit einem bestimmten Polarisationszustande verbunden ist, und die Kenntniss der Lage der Farben auch einige Einsicht in die Kentniss der Lage der Polarisationsrichtungen geben konnte.



Man sehe immer wie in Fig. 1 mit der Loupe in H, nach dem Punkte in E hin, und wähle zum Anfange der Untersuchung die Lagen in der Ebene der Axen, also Fig. 2 von G gegen die Zwillingsfläche Z, und sodann von G von der Zwillingsfläche weg gegen A fortschreitend. Dort wie hier erhält man zwei Bilder der Lichtöffnung bei E, aber gegen die Zwillingsfläche Z zu ist das von der Axe GE

entferntere Bild a grün, das nähere i gelb, gegen die Seite A zu ist das nähere Bild n grün, das entferntere e ist gelb. Die optische Axe zeigt also in Beziehung auf den Endpunkt G gerade den entgegengesetzten Charakter nach beiden Seiten zu in der Ebene der beiden optischen Axen, je nachdem an diesen Seiten die rechtwinkeligen Axen der kleinsten und grössten Elasticität BE und CE liegen, wo BE die Hauptaxe oder erste Mittellinie ist, und CE die zweite Mittellinie. Übrigens ist jedes der gelben Bilder senkrecht auf die Ebene

<sup>1)</sup> Beer, Poggendorff's Annalen 1852. Bd. 85, S. 67.

der Axen polarisirt, jedes der grünen in der Ebene der Axen. Das Grün der letztern ist also senkrecht auf die Axe der mittlern Geschwindigkeit polarisirt, und gehört also auch als Farbe zu dieser Axe, und zu dem von Miller angegebenen Brechungs-Exponenten 1.680.

Die Lage und Polarisation von a, i, n und e, ist auch in Fig. 3 als Grundansicht gegeben. Von der Axe aus-

gehend und senkrecht auf die Ebene der Axen untersucht, also in den sogenannten Kreisschnitten des Wellen-Ellipsoides sind die Bilder c und l ebensowohl wie die g und p vollkommen gleichfarbig, gelblichgrün, sie sind auch wie jede der beiden verschiedenfarbigen Bilderpaare senkrecht auf einander polarisirt, aber die Polarisationsrichtungen stehen nicht senkrecht oder parallel den Kreisschnitten, sondern sie machen mit denselben Winkel von  $45^{\circ}$ . Dies folgt augenscheinlich schon aus dem Umstande, dass die Polarisationsrichtung von a beginnend, wo sie in der Ebene der Axen liegt, für das äussere Bild, durch b, c, d herumgeführt in dem Bilde e wieder senkrecht auf der Ebene der Axen steht. Das Bild hat in Bezug auf den Mittelpunkt M einen Winkel von  $180^{\circ}$  beschrieben, die Polarisation nur einen Winkel von  $90^{\circ}$ . Bei  $90^{\circ}$  Drehung des Bildes ist also die Polarisationsrichtung nur um  $45^{\circ}$  gedreht.

Für diese und die dazwisch genden Bilder	nen lie-} ist die Drehung	und die Polarisationsrichtung
a	00	00
b	450	220 30'
c	900	450
d	1350	670 30'
	1800	900

Ganz das Gleiche gilt für den andern äussern Halbkreis, durch a, h, g, f nach e; und ebenso für die beiden innern Halbkreise n, o, p, q, i und n, m, l, k, i. Den Polarisationsrichtungen entsprechend, gehen die Farben allmählich den erwähnten Halbkreisen folgend von a bis e aus Grün in Gelb, von i bis n von Gelb in Grün über. Man sieht leicht, dass die Polarisation dieser nur wenig ausserhalb des Berüh-

rungskreises welcher die Axe GE umschliesst, untersuchten Bilder vollkommen mit der schönen Darstellung der Polarisation auf der Peripherie des Berührungskreises der Wellenfläche, so wie mit der Figur übereinstimmt, welche von Beer in Fig. 176, 2 gegeben ist.

Es ist dies das Gesetz der konischen Polarisation wie es Hamilton<sup>1</sup>) für innere und äussere konische Refraction entwickelt, und auch Lloyd seinerseits wieder durch Versuch gefunden und bestätiget hat. Es zeigt sich hier durch die Austheilung der dichromatischen Farbentöne nur noch anschaulicher gemacht.

5. Die Beobachtung dieser Bilder geschah in der deutlichsten Sehweite durch eine Loupe, bei einer Entfernung, in welcher genau in der Richtung der Axe die Bilder in den Lichtring zusammenflossen. Das Auge und die Loupe näher an den Krystall oder entfernter gehalten gab keinen Ring, sondern einen hellen inneren Punkt von einem dunkeln Ring umgeben, der selbst wieder von einem hellern aber etwas weniger lebhaften Streifen umfasst wird. Später verglich ich die Erscheinungen mit gleichartigen am Aragon. Manches fiel mir auf, über das ich mich gerne belehrt hätte, doch fand ich nicht genügende Auskunft. Eine grössere Arbeit über den Gegenstand zu

Fig. 4.

M E N

B

C G H D

R,

S,

R

S

R

S

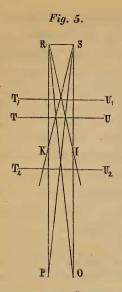
unternehmen, liegt mir auch zu ferne, da sie doch mancherlei Hilfsmittel erfordert, die weder zur Hand noch schnell vorzubereiten sind; doch möchte ich auch nicht gerade verschweigen, was mir merkwürdig schien, um vielleicht anderwärts als Anregung zu einer Reihe von Forschungen zu wirken, die das höchste Interesse gewährten.

Bei der oben angewendeten Art der Beobachtung, einfach durch die Loupe hat man eigentlich, wenn sich der Ring vollständig bildet die äussere und innere konische Refraction zugleich zu einer einzigen Figur zusammenwirkend.

<sup>1)</sup> A. a. O., S. 138 u. ff.

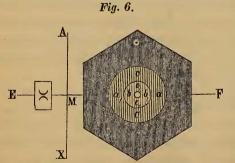
Es sei nämlich in der Fig. 4, auf der Ebene des Kreisschnittes des Wellen-Ellipsoides verzeichnet, ABCD die senkrecht auf die Axe FL (secundare optische Axe, Cusp ray, Hornstrahl) geschnittene Krystallplatte, EF sei der Weg einer senkrecht gegen AB fortschreitenden kreisförmigen ebenen Welle von geringem Durchmesser, so besteht gewiss das Ergebniss der innern konischen Refraction aus den zwei Wegen der in zwei Richtungen gebrochenen Welle FG und FH. Wo sie aus der Krystallplatte heraustreten beginnt der Lichtcylinder GHIK. Eine ebene kreisförmige Welle, die im Innern des Krystalles den der Axe parallelen Weg FL zurücklegt, verlangt zu ihrer Bildung vermöge der äussern konischen Refraction eine unendliche Anzahl von Wellen im Durchschnitte hier durch MF und NF angedeutet deren Wege kegelförmig in F zusammentreffen. Bei L verlassen die Wellen wieder die Krystallplatte, und ihre Wege gehen dem Einfallskegel parallel weiter fort im Durchschnitte in den Richtungen LO und LP. Eine Projection in der Entfernung RS würde den vollen Lichtring zeigen. Zwei concentrische Ringe würden sowohl für die Entfernung  $R_1$   $S_1$ , als auch für die Entfernung  $R_2$   $S_2$  erscheinen. Im Einzelnen wurden diese beiden Erscheinungen bereits von Lloyd nachgewiesen, die kegelförmige Ausdehnung der äussern, der gleichbleibende Durchmesser des Cylinders der innern konischen Refraction. Die Divergenz des äussern Kegels ist sehr unbedeutend (2°56′51″), ebenso auch die Divergenz des Innern (1055'), durch dessen Einfluss der Cylinder gebildet wird. Schon die Krystalllinse bringt die Erscheinungen zur Convergenz und dadurch zur Projection auf der Netzhaut. Die erstere wird durch die Loupe vermehrt, und man sieht Alles grösser und deutlicher; sehr schöne Bilder sah ich auch durch ein Mikroskop bei 56facher Linearvergrösserung. Auch Herr Regierungsrath v. Ettingshausen hatte die Ringe durch ein Mikroskop mit ähnlicher schwacher Vergrösserung untersucht.

Der Einfachheit wegen bei der Entfernung RS, Fig. 5, beginnend, bringt man die Strahlen des Cylinders früher zur Convergenz nach SK und RI, Fig. 5, während der vorher divergirende äussere Kegel zu der späteren Convergenz nach RO und SP kommt. Die Lage der Netzhaut in TU empfängt das Bild eines von der innern und äussern Refraction gebildeten scharf begrenzten Ringes. Bei der Lage  $T_1$   $U_1$  ist die innere helle Scheibe durch die innere, der



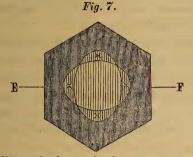
mehr verwaschene umgebende Ring durch die äussere konische Refraction gebildet; bei der Lage T2 U2 umgekehrt die helle Scheibe durch die äussere Refraction, der umgebende mehr verwaschene Ring durch die innere. Setzt man den Anfang, die Aufnahme des Bildes durch den Convergenz-Apparat, die Loupe, oder das Auge ohne Loupe näher und näher an CD, Fig. 4, den Austritt der Strahlen aus der Krystallplatte, so fasst man auch den Kegel der äussern Refraction immer näher an der Spitze. indem man sich mehr und mehr dem Punkte L nähert. Die Grenze dieser Erscheinungen ist, wenn man das Auge unmittelbar an den Krystall hält, zu innerst eine der entge-

genstehenden Öffnung ganz gleiche kleine helle Scheibe, offenbar das Ende des Kegels der äussern konischen Refraction selbst, weil das Auge unmittelbar an der Spitze desselben sich befindet, und sodann zwei concentrische schwach beleuchtete Kreisflächen, welche durch die doppelte Strahlenbrechung nach den sämmtlichen einfallenden Richtungen hervorgebracht werden, welche von dem Winkel der Grösse der Pupille abhängen. Es sei in Fig. 6, EF die Projection der die Ebene der Axen und zur Orientirung AX die Projection der auf der Ebene der Axen senkrecht stehenden Ebene durch die Mittellinie, oder die Projection der Axe der mittleren Elasticität. Die Figur



gibt eine Idee der eben beschriebenen Erscheinung,
doch nur unvollkommen,
weil die Beweglichkeit
der Natur fehlt, durch
welche bei der geringsten
Neigung der Krystallplatte in der Richtung der
Ebene der Axen zu beiden
Seiten der helle Punkt aus

der Mitte sich nach seitwärts bewegt, und das Ganze das Ansehen von zwei mit ihrer Spitze vereinigten Kegeln erhält, deren Basen die Kreise sind, die übrigens bei stärkerer Neigung ebenfalls in andere, nämlich in elliptische Formen übergehen. Sieht man genau in der Richtung der Mittellinie hin, so gewahrt man zwei deutlich über ein-

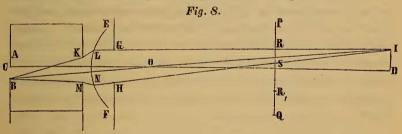


ander liegende elliptische Flächen Fig. 7, aber keine helle Scheibe mehr. Die letzte fehlt, weil kein, aus Wellen von allen Seiten zusammengesetzter Lichtstrom vorhanden ist, wie in der Richtung der Axe FL in Fig. 4.

Die Polarisationsrichtung der über einander liegenden

Ellipsenflächen geht der grossen Axe derselben parallel; wo sich die Flächen der beiden decken, ist der Lichtstrom in den zwei senkrecht auf einander stehenden den vorigen entsprechenden Richtungen polarisirt.

Beide Erscheinungen, Fig. 6 und 7, erklären sich leicht aus der Betrachtung des Vorganges im Krystall und im Auge.



Es sei AB Fig. 8 die Lichtöffnung in der von dem Auge abgewendeten Seite der Krystallplatte, CD die Gesichtsaxe der Krystalllinse EF mit der Pupille GH. Das Bild des Punktes B an der Grenze der eintretenden Lichtwelle entsteht jenseits des Durchkreuzungspunktes O, in dem Punkte I, durch die Gesammtwirkung der Strahlen, welche zwischen G und H eintraten. Für G wird der Strahl BK beim Austritte aus dem Krystall in die Luft vom Loth abgelenkt nach KL, und dann wieder zum Loth gebrochen bei L. Auf der entgegengesetzten Seite der Pupille ist auf gleiche Weise der Weg der Wellengrenze BMNI. Je grösser der Brechungsexponent des Krystalls ist, um desto stärker die Ablenkung bei K und M, desto stärker also auch die Divergenz der beiden Linien KL und MN, und desto grösser

auch die Entfernung des Punktes I von der Pupille GH. Aber die Netzhaut empfängt die Strahlen schon in der Lage PQ. Statt eines Bildes I, dem Rande B der bei AB eintretenden Welle angehörig, erhält die Netzhaut den über eine der Gestalt der Pupille entsprechende Scheibe RS verbreiteten Eindruck.

Dem entgegengesetzten Rande A entspricht der Projection auf der Netzhaut ein dem R gegenüber liegender Punkt  $R_1$ , zwischen welchem und R auf der Netzhaut eine der Pupille entsprechende gleichförmig beleuchtete Scheibe entstehen muss, während jenseits R und  $R_1$  Alles dunkel bleibt. Je grösser der Brechungsexponent, desto grösser folglich auch der Durchmesser der beleuchteten Scheibe.

Die zwei concentrischen einander durchkreuzenden Ellipsen, Fig. 7, in der Richtung der Mittellinie entstehen durch den Einfluss der doppelten Strahlenbrechung. In einem isotropen Mittel wäre nämlich z. B. in Luft, das Bild der kleinen Lichtöffnung AB auf der Netzhaut die grössere, weniger stark beleuchtete Scheibe RS.

Längs der Mittellinie der doppeltbrechenden Platte gesehen werden die Durchschnitte der Lichtkegel auf der Netzhaut, oder die Grenzen der Welle den Hauptschnitten der Wellenfläche entlang durch die Maxima der Entfernungen vom Mittelpunkte der Erscheinung und von einander bestimmt, der mehr abgelenkte Strahl bringt den Endpunkt der grösseren, der weniger abgelenkte den der kleineren Axe jeder der beiden kreuzweise gegen einander liegenden Ellipsen hervor.

Die eine Ellipse wird so durch die innere, die andere durch die äussere Schale der Wellenfläche gebildet, die Polarisation jeder derselben findet in der Richtung der grossen Diagonalen Statt, wovon man sich leicht überzeugt, wenn man eine Turmalinplatte vor die Öffnung AB, Fig. 8, in den beiden senkrecht aufeinander stehenden Richtungen hält. Die Polarisationsrichtung der einen Ellipse steht also senkrecht auf der Polarisationsrichtung der andern.

Man unterscheidet leicht, dass die Erscheinung der beiden Ellipsen, obwohl gleichzeitig auf der Netzhaut, doch eigentlich die eine hinter der andern liegt, denn wenn man die Mittellinie einen kleinen Winkel mit der Sehrichtung einschliessen lässt, indem man die dem Auge zunächst liegende Seite der Krystallplatte ein wenig vom Auge wegwendet, so weicht die scheinbar dem Auge nähere Ellipse in eben derselben Richtung vor der entfernteren weg, welche ihren Platz behauptet. In der hier betrachteten Lage ist diejenige Ellipse, deren grössere Axe in der Ebene der optischen Axen der Aragonplatte liegt, die scheinbar entferntere, diejenige, deren grössere Axe senkrecht auf der Ebene der optischen Axen steht, die scheinbar nähere. Indessen wirken sie doch ungeachtet ihrer kreuzweise gegen einander liegenden Polarisation nicht auslöschend wie zwei Turmalinplatten, sondern die der einen angehörigen Schwingungen gehen ungehindert neben denen der andern in dem dipolarisirten Lichtstrome fort.

Man kann von dem Punkte der einander deckenden Ellipsen, Fig. 7, ausgehend, durch allmähliche Drehung der Krystallplatte in der Ebene der Axen, ohne das Auge zu verwenden bis zu der Erscheinung Fig. 6, gelangen. Auch hier gibt die flachkegelförmige Vertiefung in den Axenpunkten der Wellenfläche die zwei divergirenden auf einander folgenden Richtungen der Wellen, von der Axenspitze (cusp) beginnend kreisförmig längs der innern und äussern Schale. Die in die Krystallplatte eintretende Welle ist kreisrund, der doppelte concentrische Austritt aus derselben ebenfalls, und gleichfalls auch der Eintritt der divergirenden Wellen in die Pupille, welche also nach den zwei Geschwindigkeiten des Lichtes am Rande der Welle auch zwei aber concentrische kreisförmige Bilder auf die Netzhaut bringt. Die Polarisation findet nun nicht mehr in zwei senkrecht auf einander stehenden Richtungen Statt, sondern sie stimmt ganz, wie es auch nicht anders sein kann mit der Polarisation des Ringes selbst überein.

Man halte von der Mittellinie beginnend eine Turmalinplatte jenseits der kleinen Lichteintrittsöffnung, so dass die Polarisationsrichtung des durch die Turmalinplatte hindurchgehenden Lichtes in der Ebene der zwei optischen Axen der Krystallplatte liegt. Die innere Seite der äussern Kreisscheibe, zunächst der Mittellinie,  $a_1$  wird gänzlich absorbirt, und verschwindet also im Gesichtsfeld, die Seite a der äussern Kreisscheibe bleibt hell, auch die obern und untern Räume c und c; von der innern Kreisscheibe wird dagegen  $b_1$  dunkel und b bleibt hell, eben so wie  $c_1$  und  $c_1$  genau wie dies die oben bei Fig. 3 erwähnte konische Polarisation Hamilton's verlangt.

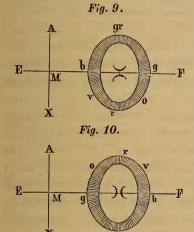
6. Selbst bei einigen etwas dunkler gelb gefärbten Aragonplatten bemerkt man eine, den zwei nicht sehr von einander verschiedenen

Farbentönen der Elasticitätsaxen entsprechende Farbenverschiedenheit in den beiden Bildern. Ich versuchte die Lichtströme durch kräftigere Farbentöne polarisirten Lichtes bei starker Erhellung zu fär ben, was auch in der That sehr leicht gelang, indem ich vor die kleine Lichtöffnung eine angemessene Vorrichtung klebte, und zwar nahm ich eine Platte von Andalusit mit einer Platte von Cordierit dergestalt combinirt, dass die helleren Töne absorbirt waren. Das noch hindurchfallende tiefe Violett zerfällt in der dichroskopischen Loupe in zwei senkrecht auf einander polarisirte Töne, blutroth und berlinerblau. Man hatte nun ganz ähnlich der Erscheinung des natürlichen pleochromatischen Diopsids, in Fig. 3, aber in viel lebhaftern, schönern Farben, die Gegensätze von Roth und Blau in der Ebene der Axen, mit dem Violett des Übergangs in der Ebene senkrecht auf dieselbe. Von den zwei Ellipsen in Fig. 6 war die eine roth, die andere blau, die Farben der Kreisscheiben in Fig. 7 zeigten sich analog den Erscheinungen bei Anwendung des Turmalins, gerade so, wie auch der eigentliche Ring in der günstigsten Beleuchtung doch noch die Verschiedenheit der Farbentöne zu beiden Seiten in der Ebene der Axen erkennen liess. Alle diese Erscheinungen erforderten indessen grosse Aufmerksamkeit bei der blosen Anwendung der Loupe. Im Mikroskop hat man sie deutlicher und auch mehr in der Hand. Aber die stärkere Vergrösserung erfordert tiefere Farbentöne der färbenden Platten, und stärkeres Licht, um ihre Wirkung sichtbar zu machen, weil sie dann überhaupt zu viel Licht absorbiren, So wurde die Farbe des Cordierits beinahe zu einem milchweissen nur wenig blaulichen Tone verdünnt.

7. Es lag sehr nahe, die Bilder des Mikroskops durch eine Doppelspathplatte zu betrachten, namentlich in derjenigen Stellung, wo die Polarisation der nun sichtbaren beiden Bilder mit der Ebene der Axen, und der auf diese Ebene senkrechten Ebene übereinstimmen. Es trennten sich nun sehr schön die beiden nahe mondsichelförmigen Bestandtheile des eigentlichen Ringes zunächst der Mitte, der Ebene der Axe angehörig, von den beiden am meisten contrastirenden Farben durch die gemischte gegen die Spitzen zu in die entgegengesetzte übergehend. In der Ebene der Axen sind nämlich die Farben vollständig getrennt, und ihre Polarisation stimmt, dem Gesetze der konischen Polarisation entsprechend mit der Polarisation der beiden Doppelspathbilder überein, während in der Ebene senkrecht auf die

Ebene der Axen beide Farben gemischt sind, aber auch die zwei vorhandenen Polarisationsrichtungen beide Ebenen unter Winkeln von 45° schneiden.

8. Die bisherigen Wahrnehmungen, obwohl sie bereits die beiden senkrecht auf einander stehenden Ströme des polarisirten Lichtes in verschiedenen Farbentönen unterscheiden liessen, zeigten diese doch gewöhnlich viel matter als man sie erwartet hatte, weil durch die Absorption der Platten viel Licht verloren ging, und die Vergrösserung selbst die Töne in ihrer Intensität herabstimmte. Aber eine senkrecht auf die Axe geschnittene Quarzplatte, unter den analysirenden Kalkspath auf das Mikroskop gelegt, musste die schönsten der Dicke derselben entsprechenden Töne der Interferenzringe erzeugen. Der Versuch folgte sogleich dem Gedanken; das Bild entsprach der Erwartung. Es verdient durch die Pracht seiner Farben in hohem Grade von den Freunden der optischen Erscheinungen aufgesucht zu werden. Die Quarzplatte deren ich mich bediente, war eine rechtsdrehende, sie polarisirte nahezu das Blau des zweiten Ringes bei paralleler Stellung der Polarisirer; bei der Herumdrehung oben rechts der analysirenden Vorrichtung folgten die Farbentöne blau, violett, roth, orange, gelb,



grün. In den sämmtliche Farben gleichzeitig zeigenden Lichtringen folgte von oben gegen Rechts fortschreitend entgegengesetzt blau, grün, gelb, orange, roth, violett. In den beiden Fig. 9 und 10 stellt *EF* die Ebene der Axen vor, um die Lage der Beobachtung der Erscheinungen zu orientiren. Man beginnt von der Mittellinie, deren Projection als Punkt *M* bezeichnet ist, senkrecht auf die Axe der mittlern Elasticität *AX*. In der Fig. 9 sieht man die Lage der Farbentöne, wie

sie entstehen, wenn man das Bild des Lichtringes durch den in der Richtung der Ebene der Axen der Aragonplatte polarisirten Lichtstrom des Doppelspathes auf der Netzhaut empfängt; Fig. 10 ist das Bild durch den senkrecht auf die vorhergehenden, also auch senkrecht auf die Ebene der Axen polarisirten Lichtstrom. Dreht man den Doppelspath oben rechts herum, aus der Lage Fig. 9 bis in die Lage Fig. 10, also um einen Winkel von 90°, so ist der Farbenton b, Fig. 9, um 180°, also um den doppelten Winkel bis b, Fig. 10 vorgeschritten. Dieses unmittelbar aus der Lage der konischen Polarisation folgende Verhältniss könnte nicht eintreten, wenn nicht die Farbenfolge in dem Lichtringe gerade die entgegengesetzte von derjenigen wäre, welche die Quarzplatte zeigt, wenn sie für sich auf ihre Farbenfolge durch Drehung des Analysirers untersucht wird. Das Bild in Fig. 9 ist in Bezug auf Farbe das Complement zu dem in Fig. 10, aber nur mit demselben Charakter der Drehung, beide rechts oder beide links, nicht eine Ergänzung von Links zu Rechts; die gleichen Farben erscheinen in dem einen gerade um 180° entgegengesetzt denselben Farben in den andern.

Die unmittelbare Erscheinung der verschiedenen Farbentöne bei verschiedenen Azimuthal-Lagen der analysirenden Doppelspathplatte lässt sich vielleicht am anschaulichsten auf folgende Art bezeichnen:

Man stelle die analysirende Platte so, dass eine ihrer Polarisationsrichtungen mit der Ebene der Axen übereinstimmt, die andere senkrecht darauf steht. Durch die erste betrachte man den Punkt des Lichtringes zunächst der Mittellinie. Er besitzt einen gewissen Farbenton A, sein Complement B erscheint an der entgegengesetzten Seite des Lichtringes. Lässt man nun den Doppelspath eine Azinuthal-Drehung um einen Winkel  $\varphi$  machen, so schreitet die Farbe Aum den doppelten Winkel 2φ in der Richtung der Drehung fort, und zwar gleichzeitig mit den sämmtlichen anderen Farbentönen, deren verhältnissmässige Lage gegen einander unverändert bleibt. Diese auf den ersten Augenblick überraschende Schnelligkeit der Bewegung ist aber auch erforderlich um bei einer Drehung von 900, wenn also die Polarisationsrichtung des analysirenden Apparates senkrecht auf derjenigen steht, welche der Lichtstrom bei der ersten Beobachtung hatte, den um 180º von A entfernten complementaren Farbenton B auf die Stelle nächst der Mittellinie zu bringen, welche vorher der Ton A einnahm.

9. Mit den gegenwärtigen Bemerkungen sind immer noch nicht alle sonderbaren Beziehungen erörtert, die sich mir darboten, und welche ich nicht anderwärts bemerkt fand. Möchte sich bald ein Freund dieser schönen Erscheinungen finden, der sie weiter untersuchte